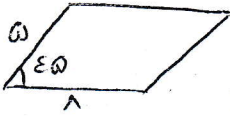




ردیف	فرزندان خوبم با یاد خدا و ذکر صلوات بر پیامبر مهربانی‌ها و خاندان مطهرش به سوالات زیر با دقت پاسخ دهید.	بارم
۱	اعداد $2x-1$ و $2x-2$ و $3x+4$ سه جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی هستند، جمله‌ی 1401 ام این دنباله چند است؟ $4x-4 = 2x-1 + 3x+4 \Rightarrow x=5 \Rightarrow 20, 19, 13 \rightarrow d=4$ (صورت) $a_1=13$ $a_{1401} = a_1 + 1400 \cdot d = 13 + 1400 \cdot 4 = 13 + 5600 = 5613$	۱
۲	اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $(A \cup B') \cap B = (A \cap B) \cup (B' \cap B) = A \cap B = \emptyset$	۰.۱۵
۳	الف) اگر $\tan x = -2$ باشد حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید: $\frac{2 \sin x - 3 \cos x}{\cos x + 4 \sin x} = \frac{2 \tan x - 3}{1 + 4 \tan x} = \frac{-4 - 3}{1 - 8} = \frac{-7}{-7} = 1$ ب) در متوازی‌الاضلاع با اضلاع ۵ و ۸ و یک زاویه ۴۵ درجه، مساحت آن چقدر است؟  $S = 5 \times 8 \times \sin 45 = 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20\sqrt{2}$	۰.۱۵
۴	اگر $x^2 + 4y^2 = 14$ و $xy = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $x + 2y$ چقدر است؟ $x^2 + 4y^2 = 14 \rightarrow (x+2y)^2 - 4xy = 14 \rightarrow (x+2y)^2 - 4(\frac{1}{2}) = 14 \Rightarrow$ $(x+2y)^2 = 16 \Rightarrow x+2y = \pm 4$	۰.۱۵
۵	الف) مخرج کسر را گویا کنید: $\frac{23}{2\sqrt{3}-1} = \frac{23}{2\sqrt{3}-1} \times \frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}+1} = \frac{23(2\sqrt{3}+1)}{2 \cdot 3 - 1} = \frac{23(2\sqrt{3}+1)}{5}$ ب) حاصل را به صورت ساده شده بدست آورید. $\sqrt{4+2\sqrt{3}} \times \sqrt{\sqrt{3}-1} = \sqrt{4+2\sqrt{3}} \times \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{(4+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})} =$ $\sqrt{12-12} = \sqrt{0} = 0$	۰.۷۵

نامعادله زیر را حل کنید و جواب آن را بصورت بازه بنویسید.

۶

$$\frac{2x^2 + 5x}{x^2 - 4} \leq 1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 5x}{x^2 - 4} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2x^2 + 5x - x^2 + 4}{x^2 - 4} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 4} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{\overset{(-1)}{(x+1)} \overset{(-4)}{(x+4)}}{\underset{(-2)}{(x+2)} \underset{(2)}{(x-2)}} \leq 0$$

x	-4	-2	-1	2
$x^2 + 5x + 4$	+	-	-	+
$x^2 - 4$	+	+	-	+
P	+	-	+	-

$$\rightarrow x \in [-4, -2) \cup [-1, 2)$$

اگر بیشترین مقدار سهمی به معادله $y = \frac{a}{x}x^2 + 2x + a - 1$ برابر ۷ باشد، مقدار a را بدست آورید.

۷

$$\frac{-\Delta}{2a} = 7 \Rightarrow \frac{-(4 - a(a-1))}{2a} = 7 \Rightarrow \frac{a^2 - a - 4}{2a} = 7 \Rightarrow$$

$$a^2 - a - 4 = 14a \rightarrow a^2 - 15a - 4 = 0 \rightarrow (a-9)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=9 & \text{قبول} \\ a=-1 & \text{قبول} \end{cases}$$

(چون سهمی داریم در پس a باید منفی باشد.)

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & x \geq 1 \\ -x + 2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را بدست آورید.

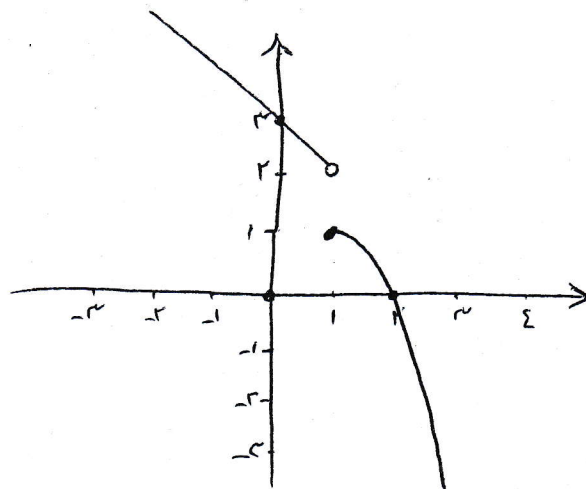
۸

$$y = -x^2 + 2x : x \geq 1$$

$$y = -x + 2 : x < 1$$

$$y = -x + 2 : x < 1$$

$$y = -x + 2 : x < 1$$

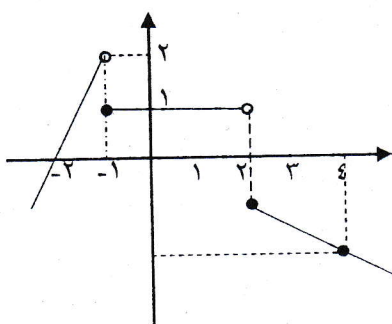


نمودار مقابل مربوط به تابع f است:

۹

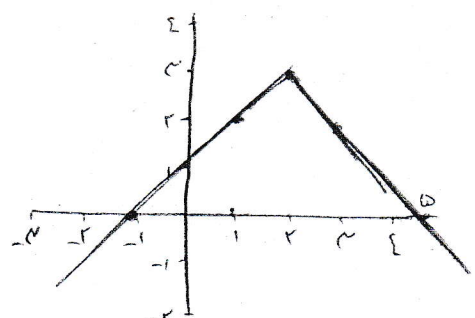
الف) حاصل $f\left(f\left(\frac{3}{2}\right)\right)$ چقدر است؟

ب) تابع f در چه بازه‌ای ثابت است؟ مقدار آن چقدر است؟



$$\text{الف) } f\left(\frac{3}{2}\right) = 1 \Rightarrow f(1) = 1 \Rightarrow f\left(f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = 1$$

$$\text{ب) } -1 < x < 2 \Rightarrow f(x) = 1$$

۱۰	الف) تابع $f(x) = - x - 2 + 3$ را به روش انتقال رسم کنید و برد آن را نیز بنویسید. انتقال $\Rightarrow$ <table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>  $D_f = \mathbb{R}$ $R_f = (-\infty, 3]$	-1	0	1	1	0	1	1	2	3	2	3	3
-1	0	1											
1	0	1											
1	2	3											
2	3	3											
۱۱	ب) اگر $f(x) = (a - 2)x^2 + bx + 4$ یک تابع ثابت باشد مقادیر a و b را بدست آورید. $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$ $b = 0 \Rightarrow b = 0$												
۱۲	می‌خواهیم ۴ دبیر ادبیات و ۳ دبیر تاریخ را در یک ردیف کنار هم قرار دهیم به طوریکه هیچ دبیر تاریخی کنار هم نباشد، به چند حالت می‌توان این کار را انجام داد؟ $\square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \bigcirc \square \Rightarrow \underbrace{5 \times 4 \times 3}_{\text{تاریخ‌ها}} \times \underbrace{4 \times 3 \times 2 \times 1}_{\text{ادبیات}} = 144$												
۱۳	الف) مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه ۳ عضوی دارد؟ $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} = 120$ ب) در چند زیرمجموعه‌ی ۳ عضوی عدد ۵ وجود دارد و اعداد ۶ و ۷ وجود ندارند؟ $\{3, 0, 0\} \Rightarrow \binom{7}{2} = \frac{7!}{2! \times 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$												
۱۴	تعداد جایگشت‌های حروف کلمه SYSTEM به طوری که S ها کنار هم نباشند؟ $5! = 120 \rightarrow$ هر دو S کنار هم نیستند $\frac{9!}{2!} = 360 \rightarrow$ کل جایگشت‌ها $360 - 120 = 240$												
۱۵	در ظرفی ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم: الف) با چه احتمالی مهره‌های خارج شده هم‌رنگ هستند؟ $n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84$ $n(A) = \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14 \Rightarrow P(A) = P(\text{هم‌رنگ}) = \frac{14}{84}$ ب) با چه احتمالی حداقل یکی از مهره‌های خارج شده سفید است؟ $n(B) = n(\text{همه سیاه}) = \binom{5}{3} = 10 \Rightarrow n(\text{حداقل یکی سفید}) = 84 - 10 = 74$ $P(B) = P(\text{همه سیاه}) = \frac{10}{84}$												

۱	۱۵ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = ۰/۶$ و $P(B) = ۰/۷$ و $P(A \cap B) = ۰/۲$، آن‌گاه $P(A \cap B)$ چقدر است؟ $P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۲ = ۰/۶ - P(A \cap B)$ $\Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۴$ $P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۷ - ۰/۴ = ۰/۳$	۱۵
۱	۱۶ اگر هفت نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند به تصادف در یک ردیف باشند، چقدر احتمال دارد که دو برابر کنار یکدیگر باشند. $n(S) = ۷!$ $n(A) = n(\text{دو برابر کنار}) = ۶! \times ۲!$ $\Rightarrow P(A) = \frac{۶! \times ۲!}{۷!} = \frac{۲}{۷}$	۱۶
۱/۵	۱۷ نوع متغیرهای زیر را مشخص کنید. الف) گروه خونی افراد ← <u>کیفی</u> و <u>اسمی</u> ب) میزان آلودگی هوا ← <u>کمی</u> و <u>مقیاسه</u> ج) مراحل تحصیلی ← <u>کیفی</u> و <u>ترتیبی</u>	۱۷
	نمره با عدد با حروف امضا و تاریخ	